

基于 Daubechies 小波的 X 射线脉冲星信号降噪研究

刘秀平¹, 李小平¹, 孙海峰²

(1. 西安电子科技大学机电工程学院, 西安 710071; 2. 西安电子科技大学电子工程学院, 西安 710071)

摘 要: 针对 X 射线脉冲星弱信号淹没在强噪声中, 在短时间内周期叠加的脉冲轮廓的信噪比低, 影响脉冲到达时间的估计精度和效率, 提出基于 Daubechies 小波的 X 射线脉冲星信号降噪的算法。在对 RXTE 观测数据预降噪处理和周期叠加的基础上, 采用 Daubechies 小波算法做降噪处理, 使得较短的时间内仍能获得高信噪比的脉冲轮廓。利用 RXTE 观测数据进行验证仿真, 结果表明, 该算法能有效滤除 X 射线脉冲星信号所包含的设备及空间环境的噪声, 在保证脉冲到达时间精度的情况下, 缩短了观测时间, 提高 X 射线脉冲星导航的效率。

关键词: X 射线脉冲星信号; Daubechies 小波; 降噪; 到达时间; 周期叠加

中图分类号: TP911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1328(2012)12-1757-05

DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2012.12.007

Daubechies Wavelet Based Denoising Method for X-ray Pulsar Signal

LIU Xiu-ping¹, LI Xiao-ping¹, SUN Hai-feng²

(1. School of Mechano-Electronics Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China;

2. School of Electronics Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: The X-ray pulsar with weak signal buried in strong noise leads to the low signal-to-noise ratio of folded pulse profiles in short time, both estimation accuracy and efficiency are affected. A denoising method for X-ray pulsar is proposed in the paper. By preprocessing and folding the pulse profiles, and the measured data are employed for Daubechies wavelet, the SNR of pulse profile is improved. The RXTE data are used for verification and the simulation results show the method proposed can eliminate the noise from equipments and space environment, thus shorting the observing time and improving the efficiency of X-ray pulsar navigation without reducing the accuracy of TOA.

Key words: X-ray pulsar signal; Daubechies wavelet; Denoising; Time of arrival; Epoch folding

0 引 言

脉冲星是一种快速旋转且会周期性发射多中频段电磁波的星体^[1]。X 射线频段的脉冲星可对近空间或深空的飞行器进行导航定位。国内外学者分析和论证了 X 射线脉冲星导航原理^[2-3], 并认为光子脉冲到达时间 (Time Of Arrival, TOA) 是基于 X 射线脉冲星导航的基本观测量。受空间环境及探测器等噪声的影响, 使得光子脉冲的轮廓淹没在强的噪声中^[4]。从强噪声弱信号的光子脉冲中提取高信噪比的脉冲轮廓是 X 射线脉冲星导航的热点之一。

国内外学者对射电脉冲进行了大量的信号处理研究^[5-6]。根据光子到达的时间序列服从非齐次泊松过程, 模拟 X 射线脉冲星的光子到达序列, 利用相关性或最大似然估计的方法提取 X 射线脉冲星信号^[7-8]。根据脉冲星的运动规律, 搭建半实物装置平台模拟 X 射线脉冲星的光子到达序列, 可利用机械^[9]或电的调节^[10]来实现不同辐射强度的 X 射线脉冲星, 对产生的光子到达时间序列进行降噪处理^[11]。这些方法虽然能有效地模拟 X 射线脉冲星信号的产生, 并进行降噪算法的研究, 但空间环境异常复杂, 无法抽象理想的数学模型, 而模拟产生的数

据不能反映实际存在的闪烁、星震、突发等现象,不能有效评价提高 X 射线脉冲信噪比的算法。

本文分析 RXTE 获取到的 X 射线脉冲星实测数据特点,提出了先预降噪后利用多尺度 Daubechies 小波对 X 射线脉冲星信号降噪的方法,获得高信噪比的脉冲轮廓。

1 Daubechies 小波分析

小波分析具有很好的时频局部性,能有效区分突变信号与噪声,有利于分析非平稳信号。在对 X 射线脉冲星数据去噪处理中,包括小波分解算法和重构算法。小波分解算法就是将数据分解到各个尺度和分辨率上,即一个信号可以分解为一系列小波基函数的组合。

利用小波变换进行降噪首先要构造小波。常采用的基本思路是直接从滤波器 h, g 出发,确定尺度函数 φ ,进而构造正交小波 ψ 。Daubechies 小波具有紧支集光滑的正交小波,没有明确的表达式,但随着消失矩的增加,光滑性越好,且可通过消失矩来调节计算量的开销。Daubechies 小波的主要目标是构造具有高阶消失矩 p 的紧支撑小波。假设 φ 是构造的正交尺度函数,则必满足两尺度方程:

$$\varphi(t) = \sqrt{2} \sum_{k \in \mathbb{Z}} h_k \varphi(2t - k) \quad (1)$$

其中, $\{h_k\}$ 为需要构造的滤波器系数,其必须满足:

$$\sum_{k \in \mathbb{Z}} h_{k-2n} \bar{h}_k = \delta_{n0}, \sum_{k \in \mathbb{Z}} h_k = \sqrt{2} \text{ 及 } p \text{ 阶消失矩条件}$$

$$\hat{h}(\omega) = \sqrt{2} \left(\frac{1 + e^{-i\omega}}{2} \right)^p F_0(e^{i\omega}) \quad (2)$$

进一步,令 $g_n = (-1)^n h_{1-n}$,则小波函数 ψ :

$$\begin{aligned} \psi(t) &= \sqrt{2} \sum_k g_k \varphi(2t - k) \\ &= \sqrt{2} \sum_{n=0}^N (-1)^{n-1} h_n \varphi(2t + k - 1) \end{aligned} \quad (3)$$

记 $H(z) = (\sqrt{2}/2) \sum_{k=0}^L h_k z^k$, $z = e^{-i\omega}$; 当 φ 满足正交性和两尺度方程时,存在

$$|H(e^{i\omega})|^2 + |H(e^{i(\omega+\pi)})|^2 = 1 \quad (4)$$

由于 $F(z)$ 是实数多项式, $|F(e^{i\omega})|^2$ 可写为 $\cos\omega$ 的多项式,可令 $P(\sin^2 \frac{\omega}{2}) = |Q(e^{i\omega})|^2$, 则有:

$$|H(e^{i\omega})|^2 = \left(\cos \frac{\omega}{2} \right)^{2N} |F(e^{i\omega})|^2 = y^N P(1-y) \quad (5)$$

因此,式(5)写为:

$$\begin{aligned} |H(e^{i\omega})|^2 + |H(e^{i(\omega+\pi)})|^2 &= \\ y^N P(1-y) + (1-y)^N P(y) &= 1 \end{aligned} \quad (6)$$

满足式(6)的多项式 $P(y)$:

$$P(y) = P_N(y) + y^N R(y) \quad (7)$$

通过 Riesz 定理可得实多项式 $F(e^{i\omega})$:

$$|F(e^{i\omega})|^2 = \sum_{k=0}^{N-1} \binom{N-k+1}{k} \left(\sin^2 \frac{\omega}{2} \right)^k \quad (8)$$

根据给定的消失矩,由式(8)解出 $F(e^{i\omega})$ 或 $F(z)$, 则根据式(2)得到有限支撑的 Daubechies 小波滤波器 $\{h_k\}$ 。

将原始信号进行周期延拓后与滤波器 $\{h_k\}$ 卷积,进行二元下抽样操作,获得高频和低频信息,即小波变换系数 $\{a^0, d^0, d^1, \dots, d^{J-1}\}$ 。对小波变换系数进行采用软阈值处理,得到小波变换系数为 $\{\tilde{a}^0, \tilde{d}^0, \tilde{d}^1, \dots, \tilde{d}^{J-1}\}$ 。利用重构算法构造出信号。

2 数据预降噪处理

RXTE (Rossi X-ray Timing Explorer) 是运行在高度约 750km 的近地低轨道,主要用于观测快速移动的 X 射线脉冲星及突发、中子星和黑洞等高能天体。自 1995 年 12 月 30 日至 2012 年 1 月 5 日,一直观测着这些高能天体的变化趋势,获得了大量的深空实测数据^[12]。RXTE 的探测设备有三个部分 ASM、HEXTE 和 PCA。PCA 由 5 个氙气(Xenon)探测器组成,探测能量范围在 2-50KeV 的软 X 射线,探测有效面积为 7000cm²,时间分辨率为 1μs。Daubechies 小波降噪需要较高的时间分辨率,因此本文采用了 PCA 探测器的观测数据。虽然适合于深空导航的高流量和短旋转周期的 X 射线脉冲星有 20 颗左右^[13],为了说明算法的普遍性,采用流量较强的脉冲星 PSR 1509-58,周期为 0.15023s,在 2-10KeV 的流量为 0.0162ph/cm²/s。

利用 Heasoft-6.11 软件平台^[14]提取观测号 ID 为 96803-01-12-00 的数据。观测间隔为 2011-11-21 T22:42:34 到 2011-11-21 T23:10:10,总共为 1655.979650s,记录了 92399 个光子事件。提取的 PCA 原始观测数据如图 1 所示。

从图 1 可知,观测到的数据被淹没在强的空间噪声中,同时,在 RXTE 卫星启动和关闭 PCA 探测器的阶段出现抖动现象,使得观测数据出现异常的

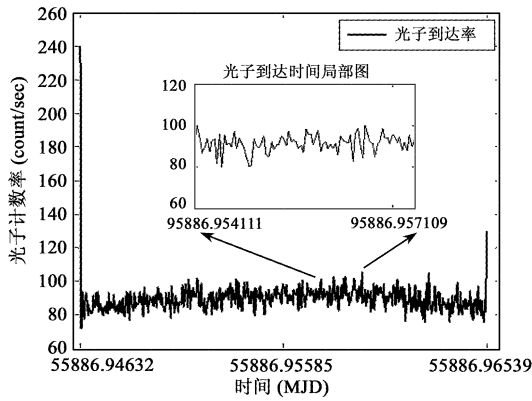


图 1 PSR B1509-58 原始观测数据

Fig. 1 The original observation data of PSR bB509-58

“突变”。这些来自于空间环境和探测器的噪声都影响脉冲轮廓的形成。

将空间环境产生的噪声和探测器本身产生的噪声进行分级降噪处理。首先进行与实际的探测设备有关的降噪。探测器在探测脉冲星时,会受到地球及大气的遮挡,通过瞬间仰角 ELV 参数过滤掉不好的数据。ELV = 0 时,探测器指向水平面;ELV < 0 时,探测器指向地球,无法探测到脉冲星,此时接收到的光子都是噪声;ELV > 0 时,探测器指向脉冲星;为了获得好的数据,一般将 ELV < 10 的数据作为噪声数据。探测器在观测脉冲星的开始和结束时需要相应的瞄准和关闭操作,这样会引起探测器较大的抖动(即探测器与脉冲星方位之间的偏差),也影响了光子到达时间的接收。通过 OFFSET < 0.02 阈值来过滤掉噪声较大的数据。探测器经过高能异常区(South Atlantic Anomaly, SAA)时,会引起飞行器异常或故障,背景噪声剧烈。将高能异常区 TIME_SINCE_SAA 参数定义为从最近 SAA 峰值处以后的时间。为提高信噪比,将 SAA 峰值 30 分钟内的数据滤出。受地磁和太阳闪烁的影响,探测器的电子噪声影响了光子的接收,将 ELECTRON2 > 0.1 的数据作为噪声滤除。RXTE PCA 的观测数据预降噪处理可形式化表示为:

$$\begin{cases} \text{Elv} \geq 10 \\ \text{offset} < 0.02 \\ \text{time_since_SAA} > 30 \\ \text{electron} > 0.1 \end{cases}$$

原始观测数据进行预降噪处理后如图 2 所示。从图 2 看出,异常噪声基本得到了滤除,但仍没有

得到有效的脉冲轮廓,这需要利用算法进行高级降噪处理。

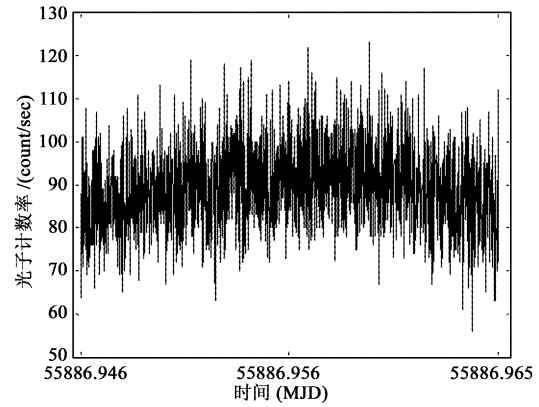


图 2 预处理后的观测数据

Fig. 2 The observation data after pre-denoising

3 仿真结果与分析

3.1 算法仿真分析

X 射线脉冲星的周期直接决定着周期叠加后的效果。如果脉冲星的周期不精确或错误,将不能叠加出正常的脉冲轮廓。通过脉冲星的周期搜索算法确定精确的周期的值。我们利用 efsearch 进行了周期搜索,周期为 0.1502308s。在质心校正后,利用 Jodrell Bank 射电望远镜提供的星历对能量范围为 2 ~ 16KeV^[15] 的软 X 射线进行折叠,每个周期的相位块设置为 1000,折叠后脉冲轮廓如图 3 所示。

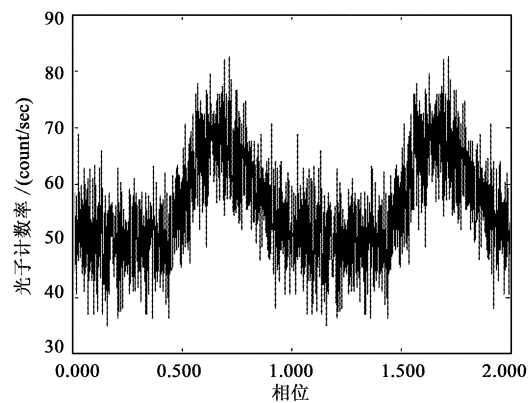


图 3 PSR B1509-58 经过 1.65ks 叠加后的脉冲轮廓

Fig. 3 The pulse profile of PSR B1509-58 folding over 1.65ks

从图 3 看出,经过 1655.979650s 的观测时间的叠加(约 11,000 个周期),脉冲轮廓已基本形成,可清晰地看到 PSR1509-58 的单峰轮廓,但脉冲轮廓

的宽度较大, SNR 较低, 仍无法精确识别相位。

本文研究了 db 小波函数的消失矩对信噪比^[16]的影响, 通过利用消失矩为 1、2、3 的 Daubechies 小波滤波器对叠加后的脉冲轮廓进行降噪处理, 如图 4 所示。

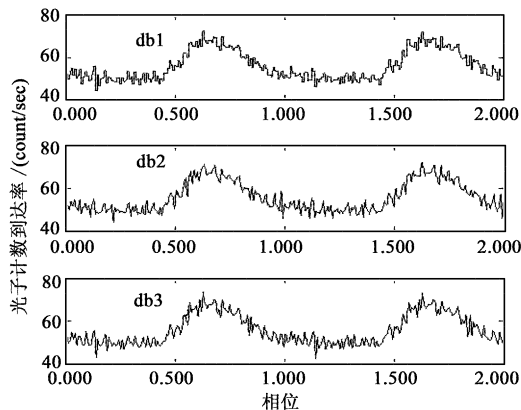


图 4 利用 Daubechies 小波对 PSR 1509-58 的降噪处理

Fig. 4 Denoising process of PSR 1509-58 using Daubechies Wavelet

图 4 为利用消失矩为 1、2 和 3 (即 db1、db2 和 db3) 对 X 射线脉冲星 PSR B1509-58 降噪后的效果; 其相位值分别为 0.625、0.614、0.612。如表 1 所示为消失矩 p 的 Daubechies 小波与得到的相位值的关系。

表 1 消失矩 p 与相位值的关系

Table 1 The relationship between vanishing moment and phase

n	1	2	3	6	10
phase	0.625	0.614	0.612	0.613	0.612

从表 1 可看出, 随着消失矩 p 的增加, 支撑也逐渐变大, 增加了计算量, 但降噪效果并没有明显的改变。因此, 在保证精度的前提下, 尽量减小计算的开销。

本文所采用的 Daubechies 小波降噪后得到的相位值, 与周期叠加获取的相位值 (即 0.610) 很接近。因此, 利用 Daubechies 小波降噪处理后的相位值与更长时间叠加后的相位值基本相吻合。

本文所采用的 Daubechies 小波与其它常用小波的降噪能力进行了比较。图 5 给出了 Daubechies 小波与 Symlet 小波及 Coiflet 小波对 X 射线脉冲星叠加后信号的降噪效果。

从图 5 看出, 利用三类小波降噪均能提高 X 射线脉冲星的信噪比; 本文所用的 Daubechies 和

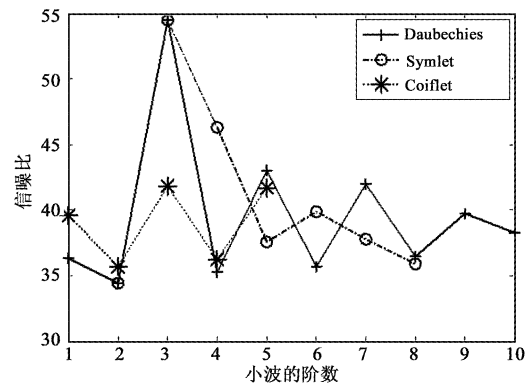


图 5 不同小波降噪性能比较

Fig. 5 The performance comparison for the different Wavelet

Symlet 小波在阶数为 3 时, 降噪效果最好。Coiflet 小波的降噪能力相对较弱, 在该类信号中并没有明显优势。从图 5 降噪效果看出, Daubechies 小波和 Symlet 小波在阶数较低时具有明显的降噪效果, 脉冲轮廓的峰值显著。

3.2 算法复杂度和时间分析

假设信号长度为 $N = 2^i$, 原始信号 $a^n = \{x_1, x_2, \dots, x_{2^n}\}$ 分解为低频信息 a^{n-1} 和低频信息 d^{n-1} 需要的系数为 $2 \times 2^n = 2^{n+1}$ 。当分解为 n 步所需的次数为 $\sum_{k=2}^{n+1} 2^k = 4(N-1)$, 因此, 小波变换的计算复杂度为 $O(N)$ 。通常 N 取 1000。

算法的时间开销应该远远小于周期折叠的时间开销, 这是评价降噪算法的重要指标。理论上, 脉冲周期折叠时间越长, 脉冲轮廓的信噪比越高。为了评价算法的时间开销, 将算法时间开销与更长时间周期叠加的时间开销进行比较。在原数据的基础上所有参数均不变, 增加了 3758.000s 观测时间 (约 2500 个周期), 观测间隔为 2011-11-21 T23:43:25.378 到 2011-11-22 T00:46:03.378, 叠加后的脉冲轮廓如图 6 所示。

从如图 6 看出, 在原基础上增加了约 2500 个脉冲周期, 虽然与图 3 相比更加清晰, 脉冲的峰值更加突出, 但噪声仍很强, 仍无法识别出相位值。利用 Daubechies 小波算法进行降噪处理是基于星上处理器的速度, 算法降噪的时间开销远远小于 3758.000s, 这与长时间的叠加相比有更大的优势。因此, 通过一定时间的周期叠加和降噪算法的结合, 能更有效地获取相位值。

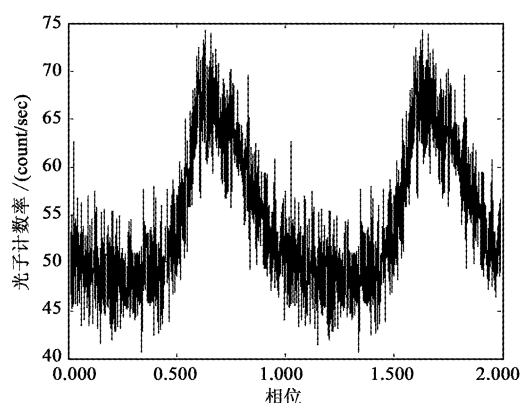


图 6 PSR B1509-58 经过 5.4ks 叠加后的脉冲轮廓

Fig. 6 The pulse profile of PSR B1509-58 folding over 5.4ks

4 结 论

本文研究了基于 Daubechies 小波变换的 X 射线脉冲星信号的降噪方法,并利用 RXTE 获取的实测数据对提出的算法进行验证, Daubechies 小波对 PSR B1509-58 的 X 射线脉冲星有较好的去噪效果。Daubechies 小波信号降噪后的累积脉冲轮廓有助于 TOA 的快速估计和 X 射线脉冲星导航精度与效率的提高。

参 考 文 献

- [1] Sheikh I S, Golshan A R, Pines D J. Absolute and relative position determination using variable celestial X-ray sources [C]. The 30th Ann. AAS Guid. Conf. Colorado, USA, February 3-7, 2007.
- [2] 毛悦. X 射线脉冲星导航算法研究 [D]. 郑州:解放军信息工程大学, 2009. [Mao Yue. Research on X-ray pulsar navigation algorithms [D]. Zhengzhou: PLA Information Engineering University, 2009.]
- [3] Sheikh I S. The use of variable celestial X-ray sources for spacecraft navigation [D]. Maryland: University of Maryland, 2005.
- [4] Leahy D A. X-ray pulsar profile analysis [J]. Royal Astronomical Society, 1990, 242: 188-193.
- [5] 孙景荣, 许录平, 王婷. 基于双谱滤波的脉冲星信号消噪方法 [J]. 华中科技大学学报, 2010, 38(8): 9-12. [Sun Jing-rong, Xu Lu-ping, Wang Ting. Denoising pulsar signals by disspectrum filters [J]. J. Huazhong Univ. of Sci. & Tech. (Natural Science Edition), 2010, 38(8): 9-12.]
- [6] 汪丽, 柯熙政, 倪广仁. 基于小波变换的脉冲星弱信号的去噪方法研究 [J]. 天文研究与技术, 2008, 5(1): 49-54. [Wang Li, Ke Xi-zheng, Ni Guang-ren. Research on noise reduction for millisecond pulsar signal based on wavelet transform [J].

Astronomical Research & Technology, 2008, 5(1): 49-55.]

- [7] 李建勋, 柯熙政. 基于泊松模型的 X 射线脉冲星信号的最大似然 TOA 估计 [J]. 天文学报, 2010, 51(3): 263-271. [Li Jian-xun, Ke Xi-zheng. The maximum-likelihood estimate of TOA accuracy for X-ray pulsar signal based on Poisson process [J]. ACTA Astronmica Sinica, 2010, 51(3): 263-271.]
- [8] Emadzadeh A A, Golshan A R, Jason L. A new relative navigation system based on X-ray pulsar measurements [C]. Shanghai, China, December 16-18, 2009, 1488.
- [9] 胡慧君, 赵宝升, 盛立志, 等. 一种基于泊松分布的提高 X 射线脉冲星脉冲轮廓信噪比的方法 [J]. 中国科学·物理学·力学·天文学, 2011, 41(8): 1015-1020. [Hu Hui-jun, Zhao Bao-sheng, Sheng Li-zhi, et al. A Simulation experiment system for X-ray pulsar based navigation [J]. Acta Phys. Sin, 2011, 60(2): 029701.]
- [10] 郑伟, 孙守明, 汤国建, 等. X 射线脉冲星导航半实物仿真系统: 中国, G01C25/00 [P]. 2010. 01. 08.
- [11] 苏哲, 许录平, 谢振华, 等. 基于离散方波变换的脉冲星微弱信号周期性检测 [J]. 宇航学报, 2009, 30(6): 2243-2248. [Su Zhe, Xu Lu-ping, Xie Zhen-hua, et al. Pulsar weak signal periodicity detection based on discrete square wave transform [J]. Journal of Astronautics, 2009, 30(6): 2243-2248.]
- [12] Arnold Rots. XTE FITS DataBase (XFDB), USA, 1996. [EB/OL] <http://heasarc.gsfc.nasa.gov/xte/data/archive/00README.pdf>
- [13] 帅平, 李明, 陈绍龙. X 射线脉冲星导航系统原理与方法 [M]. (北京: 中国宇航出版社), 2009: 232-253.
- [14] Goddard Space Flight Center. HEAdas Developer's Guide, USA, 2008. [EB/OL] <http://heasarc.gsfc.nasa.gov/docs/software/lheasoft/HEAdasDeveloper'sGuide.pdf>
- [15] Shaw R A, Payne H E, Hayes J E. The SAX-LEGSPC data reduction and analysis system: an example of a minimalist approach [C]. Astronomical Data Analysis Software and Systems IV, Baltimore, Maryland, USA, September 25-28, 1995.
- [16] 李学锋, 权赫. Daubechies 小波函数特征对 MRTD 算法的影响性分析 [J]. 宇航学报, 2011, 32(11): 3239-3244. [LI Xue-feng, Quan He. Analysis of the impact of daubechies wavelet function features in MRTD method [J]. Journal of Astronautics, 2011, 32(11): 3239-3244.]

作者简介: 刘秀平 (1981-), 男, 博士研究生, 主要研究方向为 X 射线脉冲星信号处理及导航。

通信地址: 西安电子科技大学 (710071)

电话: 15909295075

E-mail: liuxiuping8@126.com

(编辑: 余 未)