

Hénon 混沌系统的自适应广义预测控制快速算法

温淑焕[†] 王 哲 刘福才

(燕山大学西校区电院工业计算机控制工程河北省重点实验室, 秦皇岛 066004)

(2008 年 10 月 14 日收到 2008 年 11 月 11 日收到修改稿)

提出了一种带有约束矩阵的 Hénon 混沌系统的广义预测控制快速算法, 首先用带有遗忘因子的递推最小二乘参数辨识法来逼近混沌系统, 然后该算法引入了一种约束矩阵, 约束矩阵的引入避免了矩阵求逆的计算, 占用内存小, 计算速度快, 并且具有较强的跟踪给定信号和抑制系统参数摄动和随机噪声的能力. 仿真结果验证了该方法的有效性.

关键词: 广义预测控制, 约束矩阵, Hénon 混沌系统, 参数辨识

PACC: 0545

1. 引 言

混沌是非线性动力学所特有的一种运动形式, 它的含义非常广泛, 一般而言, 指改变系统的混沌性态使之呈现或接近呈现周期动力学行为^[1-3]. 长期以来人们一直以为混沌是不可控制的, 但是自从 Ott 等^[4]基于参数扰动的方法, 成功地实现了混沌系统^[5]的控制, 自此混沌系统的控制问题逐渐引起了人们浓厚的兴趣.

广义预测控制^[6-8] (generalized predictive control, 简称 GPC) 是 20 世纪 80 年代产生的一种新型的计算机控制算法, 是预测控制中最具代表性的算法之一. 尤其是它的‘预测模型, 滚动优化, 反馈校正’特点, 使其在工业过程中体现了良好的性能, 并在线性系统中获得了成功的应用. 文献[9]采用一种基于鲁棒模糊聚类算法的模糊辨识方法对 Mackey-Glass 混沌时间序列进行建模和预测, 文献[10]采用自适应双模控制, 实现了广义 Hénon 混沌系统映射的追踪控制与同步. 传统的 GPC 算法需要求解 Diophantine 方程, 其中的矩阵求逆使得系统的在线计算时间大大增加. 为了减少计算量, 达到算法的快速, 本文将约束矩阵与广义预测控制相结合运用到 Hénon 混沌系统中, 减少了计算量, 避免了广义预测控制算法中的高维矩阵求逆, 提高了算法的快速性.

2. 广义预测控制快速算法设计

在广义预测控制算法中, 采用了最小方差控制中的受控自回归积分滑动平均模型 (CARIMA), 表示为

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t) + C(z^{-1})\omega(t)/\Delta, \quad (1)$$

其中 $u(t)$ 和 $y(t)$ 分别为 n 维的输入向量和输出向量, $\Delta = 1 - z^{-1}$, $\omega(t)$ 是白噪声序列, $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$ 和 $C(z^{-1})$ 是后移算子 z^{-1} 的多项式

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 + a_1 z^{-1} + \cdots + a_{n_a} z^{-n_a}, \\ B(z^{-1}) &= b_0 + b_1 z^{-1} + \cdots + b_{n_b} z^{-n_b}, \\ C(z^{-1}) &= 1 + c_1 z^{-1} + \cdots + c_{n_c} z^{-n_c}. \end{aligned} \quad (2)$$

为了得到 j 步以后的系统输出 $y(t+j)$ 的最优值, 引入 Diophantine 方程

$$1 = E_j(z^{-1})A(z^{-1})\Delta + z^{-j}F_j(z^{-1}), \quad (3)$$

$$E_j(z^{-1})B(z^{-1}) = G_j(z^{-1}) + z^{-j}H_j(z^{-1}), \quad (4)$$

其中 $j = 1, \cdots, N_1$, 并且

$$\begin{aligned} E_j(z^{-1}) &= e_0 + e_1 z^{-1} + \cdots + e_{j-1} z^{-j+1}, \\ F_j(z^{-1}) &= f_0 + f_1 z^{-1} + \cdots + f_{n_a} z^{-n_a}, \\ G_j(z^{-1}) &= g_0 + g_1 z^{-1} + \cdots + g_{j-1} z^{-j+1}, \end{aligned}$$

[†] E-mail: wenshuhuan@sohu.com

$$H_j(z^{-1}) = h_0 + h_1 z^{-1} + \cdots + h_{n_b-1} z^{-(n_b-1)}. \quad (5)$$

由(1),(3),(4)式可得 j 步后输出预测值为

$$y(t+j) = G_j \Delta u(t+j-1) + F_j y(t) + H_j \Delta u(t-1) + E_j \omega(t+j). \quad (6)$$

因为 $E_j \omega(t+j)$ 均是 t 时刻以后的白噪声,则 $t+j$ 时刻的最优预测值 $\hat{y}(t+j)$ 可表示为

$$\hat{y}(t+j) = G_j \Delta u(t+j-1) + F_j y(t) + H_j \Delta u(t-1). \quad (7)$$

写成向量形式

$$Y = GU + Fy(t) + H\Delta u(t-1), \quad (8)$$

式中

$$Y^T = [y(t+N_1), \cdots, y(t+N_2)],$$

$$U^T = [\Delta u(t), \cdots, \Delta u(t+N_u-1)],$$

$$F^T = [F_1, \cdots, F_{N_2}],$$

$$H^T = [H_1, \cdots, H_{N_2}],$$

$$G = \begin{bmatrix} g_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ g_1 & g_0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ & & & \cdots & & \\ g_{N_u-1} & g_{N_u-2} & g_{N_u-3} & \cdots & g_1 & g_0 \\ & & & \cdots & & \\ g_{N_2-1} & g_{N_2-2} & g_{N_2-3} & \cdots & g_{N_2-N_u-1} & g_{N_2-N_u} \end{bmatrix}.$$

取性能指标函数如下:

$$J = E \left\{ \sum_{j=N_1}^{N_2} [y(t+j) - y_r(t+j)]^2 \right\}$$

$$y(t) = \frac{y(t-1)y(t-2)y(t-3)u(t-d-1)[y(t-2)-1]}{1+y^2(t-1)+y^2(t-2)} + \frac{u(t-d)}{1+y^2(t-1)+y^2(t-2)} + \omega(t),$$

其中控制时域为 $N_u = 5$, 预测时域为 $N_y = 12$, 控制加权系数为 $\lambda = 0.796$.

设定值为阶跃信号时的输入信号和输出信号的仿真图如图 1,2 所示.

$$+ \sum_{j=N_1}^{N_u} \lambda(j) [\Delta u(t+j-1)]^2 \}. \quad (9)$$

在输入增量中引入如下约束矩阵

$$Q^T = [q_0, q_1, \cdots, q_{N_u-1}]$$

$$= \left[1, 1 + \alpha, 1 + \alpha + \alpha^2, \cdots, 1 + \sum_{i=1}^{N_u-1} \alpha^i \right]. \quad (10)$$

控制增量矩阵变为如下形式

$$U^T = Q^T \Delta u(t)$$

$$= \left[\Delta u(t), (1 + \alpha) \Delta u(t), \cdots, \right.$$

$$\left. \left(1 + \sum_{i=1}^{N_u} \alpha^i \right) \Delta u(t) \right]. \quad (11)$$

将性能指标函数写为向量形式为

$$J = E \{ (Y - Y_r)^T (Y - Y_r) + \lambda U^T U \}. \quad (12)$$

把(11)式代入(8)式,(8)式代入(12)式得

$$\Delta u(t) = [(GQ)^T (GQ) + \lambda Q^T Q]^{-1} (GQ)^T \times [Y_r - Fy(t) - H\Delta u(t-1)]. \quad (13)$$

令 $GQ = L$, 则

$$\Delta u(t) = [L^T L + \lambda Q^T Q]^{-1} L^T \times [Y_r - Fy(t) - H\Delta u(t-1)], \quad (14)$$

$$u(t) = u(t-1) + \Delta u(t). \quad (15)$$

3. 仿真算例

为了证明此方法的有效性,采用一个非线性被控对象进行仿真,被控对象的模型设计如下:

由图可以看出,输出模型能够很快地跟踪设定值,表明加入约束矩阵的算法通过避免广义预测控制算法中的高维矩阵求逆的过程,增加了系统的快速性.

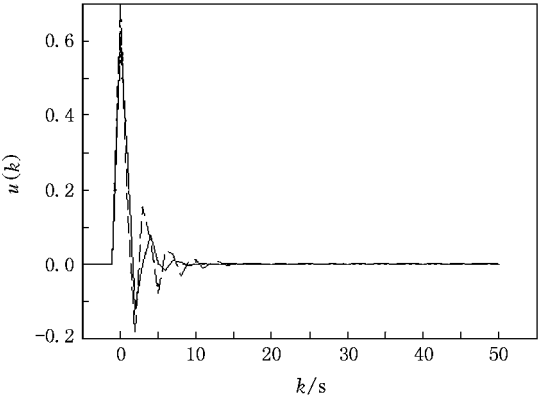


图 1 控制输入

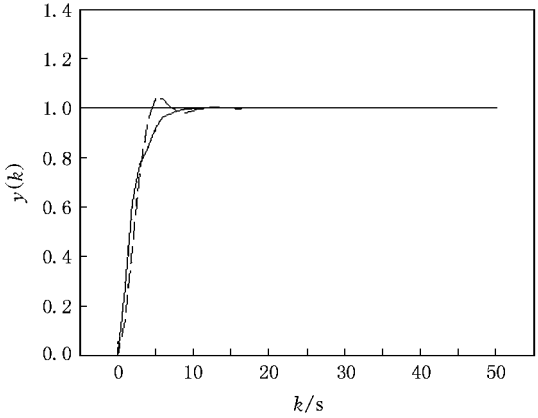


图 2 控制输出

4. 时变参数的辨识

混沌系统是非线性系统,而定长参数的线性模

型很难精确地反应混沌系统的动力学行为,建模误差较大.而广义预测控制器是基于线性系统求解的,所以简单的应用定长线性系统的广义预测控制器控制非线性系统比较困难.

本文采用辨识算法的在线估计模型参数,用时变参数的线性模型逼近混沌系统,以减少建模误差,提高建模精度,实现控制器对混沌系统的有效控制.

将(1)式改写为

$$\begin{aligned} \Delta y(t) = & -A_1 \Delta y(t-1) - \cdots \\ & -A_{n_a} \Delta y(t-n_a) + B_0 \Delta u(t-1) + \cdots \\ & + B_{n_b} \Delta u(t-n_b-1), \end{aligned} \tag{16}$$

上式可以写为

$$\Delta y(t) = X(t-1)^T \theta_0, \tag{17}$$

其中,

$$\begin{aligned} X(t-1)^T = & [-\Delta y(t-1)^T, \cdots, -\Delta y(t-n_a)^T, \\ & \Delta u(t-1)^T, \cdots, \Delta u(t-n_b-1)^T], \\ \theta_0 = & [A_1, \cdots, A_{n_a}, B_0, \cdots, B_{n_b}]^T, \end{aligned}$$

其中 n_a, n_b 分别为过程模型中 A 和 B 的辨识阶数.令

$$\varepsilon(t) = \Delta y(t) - X(t-1)^T \theta(t-1), \tag{18}$$

式中 $\theta(t) = [A_1(t), \cdots, A_{n_a}(t), B_0(t), \cdots, B_{n_b}(t)]^T$.

对于变化平稳的时变系统来说,只要适当地选取遗忘因子或者记忆长度,就可以得到相当好的辨识效果.但混沌系统的动态特性不是平稳的,其动力学行为变化时快时慢,所以我们选取带有遗忘因子的递推最小二参数辨识法来逼近混沌系统.这样也解决了受控系统的稳定时参数估计的误差协方差阵 $P(t)$ 由于信息量减少而增加的问题.

$$\theta(t) = \theta(t-1) + \frac{P(t-1)X(t-1)\varepsilon(t)}{\rho(t) + X(t-1)^T P(t-1)X(t-1)}, \tag{19}$$

$$P(t) = \frac{1}{\rho(t)} \left[P(t-1) - \frac{P(t-1)X(t-1)X(t-1)^T P(t-1)}{\rho(t) + X(t-1)^T P(t-1)X(t-1)} \right], \tag{20}$$

这里 $\rho(t)$ 为时变遗忘因子

$$\rho(t) = 1 - \frac{1}{\sum_0} \left[1 - \frac{X(t)^T P(t-1)X(t-1)}{\rho(t-1) + X(t-1)^T P(t-1)X(t-1)} \right] \times \varepsilon(t)^T \varepsilon(t). \tag{21}$$

当 $\rho(t) \leq \rho_{\min}$ 时, $\rho(t) = \rho_{\min}$, 其中 $\sum_0$ 可取为 $\sigma_0^2 N_0$. 这里 σ_0^2 是量测噪声方差, N_0 是渐进记忆长度, $P(0)$ 是任意正定矩阵.

5. 仿真研究

混沌系统的描述如下：



$$x_1(k+1) = x_2(k), \tag{22}$$

$$x_2(k+1) = 1 + bx_1(k) - a(x_2(k))^2 + u(k), \tag{23}$$

式中 a 和 b 为系统参数, $u(k)$ 为控制信号, 当 $u(k) = 0$ 时系统为混沌系统.

5.1. 无参数摄动和随机噪声信号时混沌系统追踪正弦信号

选择系统中的参数为 $a = 1.4, b = 0.3$, 当 $u(k) = 0$ 时, 此系统处于混沌态. 设参考信号 $y_r(k) = \sin(k/2)$, 取预测时域 $N = 2$, 利用 (23) 式可以实现混沌系统对参考信号 $y_r(k = \sin(k/2))$ 的追踪控制. 图 3 为无参数摄动时的系统输出和参考输出, 图 4 为无参数摄动的控制输入.

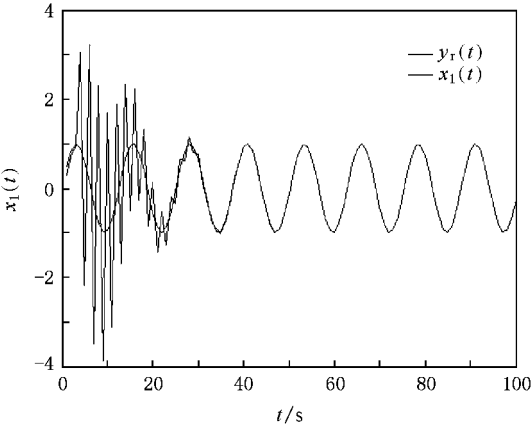


图 3 无参数摄动的控制输出

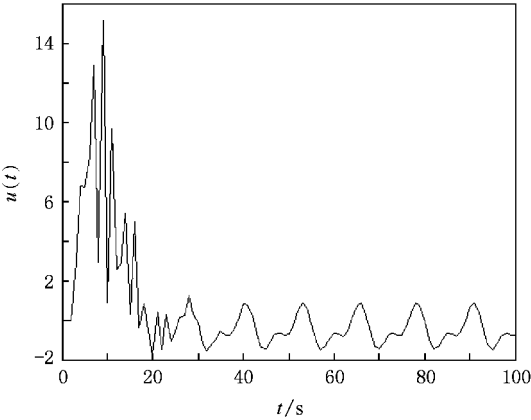


图 4 无参数摄动时的控制输入

由图可以看出无参数摄动系统的控制输出能够很好地跟踪参考输出, 控制效果好.

5.2. 带参数摄动和随机噪声信号时混沌系统追踪正弦信号

在 $k = 50$ 时, (23) 式中的参数 b 上加入参数摄动 $\Delta b = -0.2$. 图 5 为带参数摄动的控制系统输出及其参考输出, 图 6 为带参数摄动的控制输入.

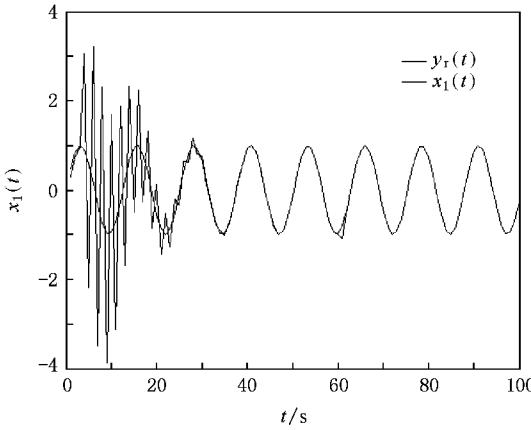


图 5 带参数摄动的控制输出

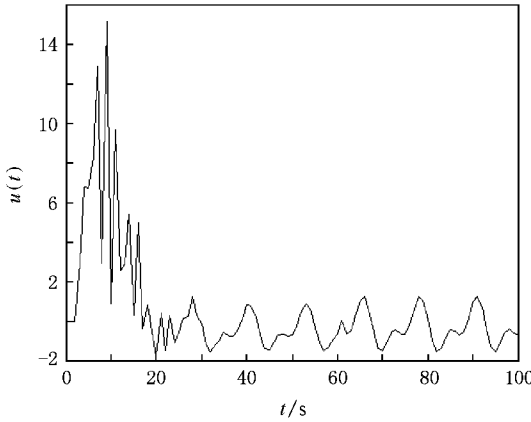


图 6 带参数摄动的控制输入

由上图可以看出本方法对于带参数摄动的控制系统也有很好的控制效果.

5.3. 带有随机噪声的混沌系统追踪正弦信号

考虑系统存在噪声的随机迭代过程
$$x(k+1) = f(x(k), u(k)) + \xi(k),$$
不失一般性, 设 $\xi(k)$ 为一 Gauss 型的随机变量, 满足条件
$$E(\xi(k)) = 0, E(\xi(k)^2) = \delta^2, \text{取 } \delta = 0.01.$$
如图 7 为带有随机噪声的混沌系统的控制输出, 图 8 为带随机噪声的混沌系统的控制输入.

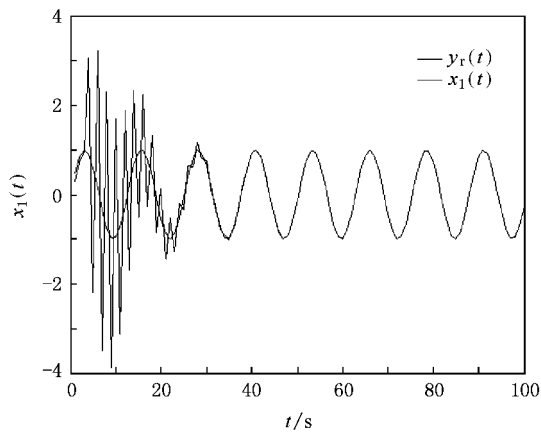


图 7 有随机噪声时的控制输出

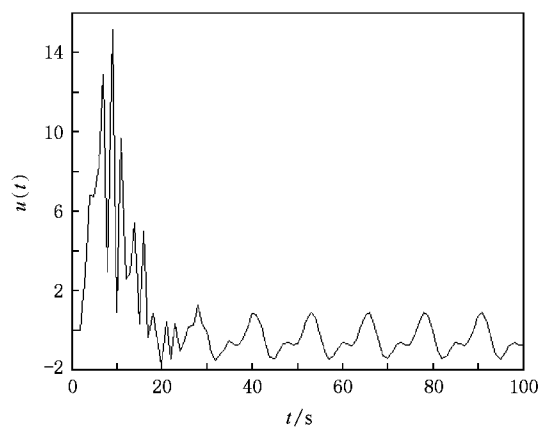


图 8 有随机噪声时的控制输入

由图可以看出,对于有随机噪声的控制系统本方法也能达到很好的跟踪和控制效果。

6. 结 论

本文在广义预测控制系统中加入约束矩阵,避

免了广义预测控制矩阵的求逆过程,提高了系统的响应速度,使得计算速度变快。将此方法运用到混沌系统中,由于混沌系统的动态特性不是平稳的,其动力学行为变化时快时慢,所以我们选取带有遗忘因子的递推最小二乘参数辨识法来逼近混沌系统。仿真结果表明,该方法对混沌系统有很好的控制效果。

[1] Liu F C, Wang J, Peng H P 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1954 (in Chinese) [刘福才、王 娟、彭海朋 2002 物理学报 **51** 1954]

[2] Yan H, Wei P, Xiao X C 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 5111 (in Chinese) [闫 华、魏 平、肖先赐 2007 物理学报 **56** 5111]

[3] Zhang R X, Tian G, Li P, Yang S P 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2073 (in Chinese) [张若洵、田 钢、栗 苹、杨世平 2008 物理学报 **57** 2073]

[4] Ott E, Grebogi C, Yorke J A 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 1196

[5] Wang X Y, Wang M J 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 5136 (in Chinese) [王兴元、王明军 2007 物理学报 **56** 5136]

[6] Wang W 1998 *Generalized Predictive Control Theory and Application* (Beijing: Science Press) p3 (in Chinese) [王 伟 1998 广义预测控制理论及其应用(北京 科学出版社)第 3 页]

[7] Jin Y Y, Pang Z H, Cui H 2005 *Micro-computer Information Sin.* **21** 40

[8] Wang H R, Chen Z W, Li J X 2007 *Acta Automatica Sin.* **33** 1110 (in Chinese) [王洪瑞、陈志旺、李建雄 2007 自动化学报 **33** 1110]

[9] Liu F C, Zhang Y L, Chen C 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2784 (in Chinese) [刘福才、张彦柳、陈 超 2008 物理学报 **57** 2784]

[10] Liu F C, Liang X M, Song J Q 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 1459 (in Chinese) [刘福才、梁晓明、宋佳秋 2008 物理学报 **57** 1459]

A fast algorithm for adaptive generalized predictive control of Hénon chaotic systems

Wen Shu-Huan[†] Wang Zhe Liu Fu-Cai

(*Key Laboratory of Industrial Computer Control Engineering of Hebei Province,
Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China*)

(Received 14 October 2008 ; revised manuscript received 11 November 2008)

Abstract

A kind of generalized predictive control fast algorithm with constraint matrix for Hénon chaotic system is proposed. We firstly identify the chaotic system by recursive least squares parameter of forget factor, and then add one kind of constraint matrix to this algorithm. The introduction of the constraint matrix avoids the matrix inversion computation. The method needs smaller computer memory and the computational speed is higher. The abilities of tracking the reference signal and restraining the parameter perturbation and stochastic disturbance are improved. The simulated results show the effectiveness of this algorithm.

Keywords : generalized predictive control, constraint matrix, Hénon chaotic system, parameter identification

PACC : 0545

[†] E-mail : wenshuhuan@sohu.com